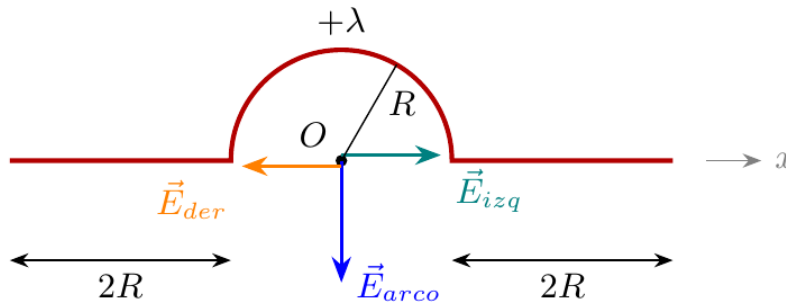


PRÁCTICA DE ELECTROSTÁTICA #1

1. Un segmento de línea de carga positiva tiene una densidad lineal de carga uniforme λ . Este se dobla en la forma indicada en la figura. Calcule:

- el campo eléctrico generado por la semicircunferencia en el punto O.
- el campo eléctrico generado por cada porción recta en el punto O.



La semicircunferencia de radio R tiene su centro en O . Por simetría, las componentes horizontales se cancelan y solo queda la vertical, que apunta hacia abajo porque la carga es positiva:

$$dE = \frac{k\lambda R d\theta}{R^2}, \quad E_y = - \int_0^\pi \frac{k\lambda}{R} \sin\theta d\theta = -\frac{2k\lambda}{R}$$

$$\vec{E}_{arco} = -\frac{2k\lambda}{R} \hat{j} = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \hat{j}$$

Cada tramo recto va de R a $3R$ sobre el eje x . El campo de una línea de carga en un punto de su propio eje es:

$$E = \int_R^{3R} \frac{k\lambda dx}{x^2} = k\lambda \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{3R} \right) = \frac{2k\lambda}{3R} = \frac{\lambda}{6\pi\epsilon_0 R}$$

El tramo izquierdo empuja hacia $+x$ y el derecho hacia $-x$:

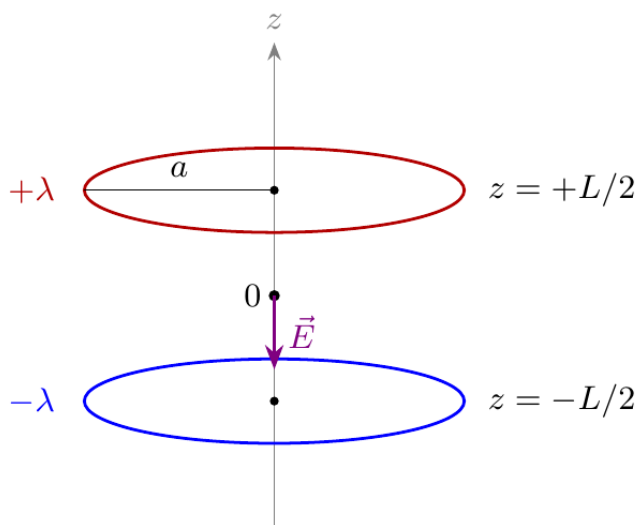
$$\vec{E}_{izq} = +\frac{\lambda}{6\pi\epsilon_0 R} \hat{i}, \quad \vec{E}_{der} = -\frac{\lambda}{6\pi\epsilon_0 R} \hat{i}$$

Ambos tienen la misma magnitud y se anulan entre sí.

Respuesta: $E = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \hat{j}$; $E = -\frac{\lambda}{6\pi\epsilon_0 R} \hat{i}$

2. Dos anillos coaxiales del mismo radio “a”, contenidos en planos paralelos y separados entre sí una distancia L. Uno de los anillos tiene densidad de carga uniforme $+\lambda$ y el otro $-\lambda$. El campo eléctrico en el centro del eje común de los anillos está dado por:

Tome como eje z, el eje que pasa por el centro común de los anillos.



El campo sobre el eje de un anillo de radio a , carga $Q = 2\pi a\lambda$ y centro en z_0 es:

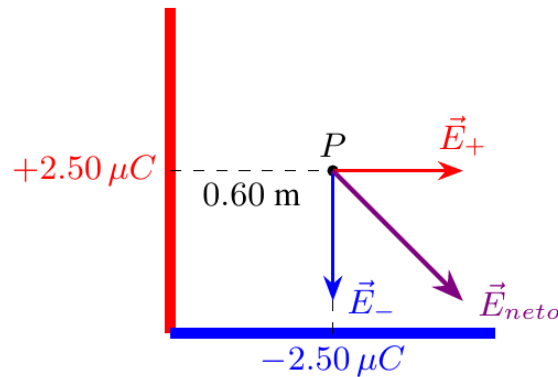
$$E_z = \frac{kQ (z - z_0)}{[(z - z_0)^2 + a^2]^{3/2}} = \frac{\lambda a}{2\epsilon_0} \frac{(z - z_0)}{[(z - z_0)^2 + a^2]^{3/2}}$$

Se toma el anillo $+\lambda$ en $z_0 = +L/2$ y el anillo $-\lambda$ en $z_0 = -L/2$. Por superposición:

$$E = \frac{\lambda a}{2\epsilon_0} \left[\frac{\left(z - \frac{L}{2}\right)}{\left(\left(z - \frac{L}{2}\right)^2 + a^2\right)^{3/2}} \right] - \frac{\lambda a}{2\epsilon_0} \left[\frac{\left(z + \frac{L}{2}\right)}{\left(\left(z + \frac{L}{2}\right)^2 + a^2\right)^{3/2}} \right]$$

En el centro ($z = 0$) queda $E = -\frac{\lambda a L}{2\epsilon_0(a^2 + L^2/4)^{3/2}}$, es decir, apunta del anillo positivo al negativo.

3. Dos alambres no conductores de 1,20 m forman un ángulo recto. Un segmento tiene $2,50 \mu\text{C}$ de carga, distribuida de modo uniforme a lo largo de su longitud; mientras que el otro segmento tiene $-2,50 \mu\text{C}$ de carga, distribuida de modo uniforme a lo largo de su longitud, como se ilustra en la figura. Determine la magnitud y la dirección del campo eléctrico que producen estos alambres en el punto P, que está a 60,0 cm de cada alambre.



P está sobre la mediatriz de cada alambre, a $a = 0.60 \text{ m}$. En ese punto el campo de un segmento de longitud ℓ es perpendicular al alambre:

$$E = \frac{kQ}{a\sqrt{a^2 + (\ell/2)^2}} = \frac{(9 \times 10^9)(2.50 \times 10^{-6})}{(0.60)\sqrt{0.60^2 + 0.60^2}} = 4.42 \times 10^4 \text{ N/C}$$

El alambre positivo produce un campo que se aleja de él (hacia $+x$). El negativo produce un campo hacia él (hacia $-y$). Como son perpendiculares:

$$E_{neto} = \sqrt{E_+^2 + E_-^2} = \sqrt{2} (4.42 \times 10^4) = 6.25 \times 10^4 \text{ N/C}$$

$$\vec{E} = (4.42 \hat{i} - 4.42 \hat{j}) \times 10^4 \text{ N/C}$$

La dirección es 45° por debajo del eje $+x$.

Respuesta: $6.25 \times 10^4 \text{ N/C}$

4. Un anillo circular delgado de 20 cm de radio tiene una carga por unidad de longitud dada por “ λ ”, como se ilustra en el diagrama. La carga total que tiene el anillo es de:

$$\lambda = 10^{-6} \cos \theta \text{ C/m}$$

La carga total se obtiene integrando λ sobre todo el anillo, con $dl = R d\theta$:

$$Q = \int_0^{2\pi} \lambda R d\theta = (10^{-6})(0.20) \int_0^{2\pi} \cos \theta d\theta = (2 \times 10^{-7}) [\sin \theta]_0^{2\pi} = 0$$

La mitad derecha ($\cos \theta > 0$) es positiva y la izquierda es negativa en igual cantidad.

5. En un cierto volumen entran mil líneas de fuerza y salen tres mil. ¿Cuál es la carga total en el interior de dicho volumen?

Cada línea de fuerza representa una unidad de flujo. El flujo neto es lo que sale menos lo que entra:

$$\Phi = 3000 - 1000 = 2000 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$$

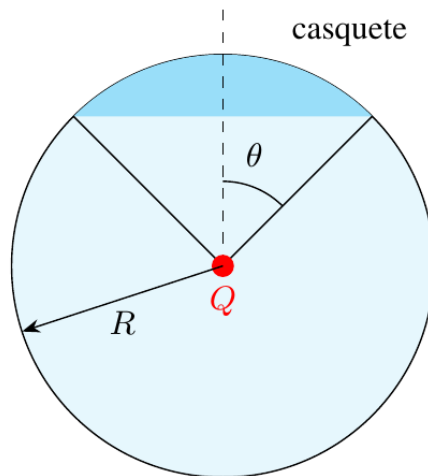
Por la ley de Gauss:

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow q = \epsilon_0 \Phi = (8.85 \times 10^{-12})(2000) = 1.77 \times 10^{-8} \text{ C}$$

La carga es positiva porque salen más líneas de las que entran.

Respuesta: $1.77 \times 10^{-8} \text{ C}$.

6. Una esfera de radio $R = 1,00 \text{ m}$ rodea una partícula cargada $Q = 50,0 \mu\text{C}$ situada en su centro, como se muestra en la figura. Encuentre el flujo eléctrico a través de una tapa circular de medio ángulo $\theta = 45,0^\circ$.



El flujo total de la esfera es Q/ϵ_0 . El casquete recibe la fracción de ese flujo que corresponde a su área. Para un casquete de medio ángulo θ :

$$A_{cap} = 2\pi R^2(1 - \cos\theta), \quad \frac{A_{cap}}{4\pi R^2} = \frac{1 - \cos\theta}{2}$$

$$\Phi_{cap} = \frac{Q}{\epsilon_0} \cdot \frac{1 - \cos\theta}{2} = \frac{50.0 \times 10^{-6}}{8.85 \times 10^{-12}} \cdot \frac{1 - \cos 45^\circ}{2}$$

$$\Phi_{cap} = (5.65 \times 10^6)(0.146) = 8.27 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$$

Respuesta: $8.27 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$.

7. Un cascarón esférico no conductor tiene un radio interno r_1 y el r_2 , tiene una densidad volumétrica de carga ρ dentro de él. Utilice la Ley de Gauss para determinar la magnitud del campo eléctrico a una distancia “ r ” tal que $r_1 < r < r_2$, en términos de ρ , r_1 , r_2 , r , ϵ_0 y π .

Se toma una superficie gaussiana esférica de radio r con $r_1 < r < r_2$. Solo encierra la carga del material que está entre r_1 y r :

$$q_{enc} = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi(r^3 - r_1^3)$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0} \Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{4\pi\rho(r^3 - r_1^3)}{3\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho(r^3 - r_1^3)}{3\epsilon_0 r^2}$$

8. Dos cargas Q_1 y Q_2 cuando se combinan dan una carga total de 6×10^{-6} C. Cuando las cargas están separadas 3 m, la fuerza electrostática ejercida por una carga sobre la otra tiene un valor de 8×10^{-3} N/C. Calcular el campo eléctrico que actúa sobre cada carga.

$$Q_t = 6 \times 10^{-6} \text{ C}; \quad F = 8 \times 10^{-3} \text{ N/C}$$

La fuerza dato está en newtons (la unidad N/C del enunciado es un error de tipeo). Se usan la suma de las cargas y la ley de Coulomb:

$$Q_1 + Q_2 = 6 \times 10^{-6} \text{ C}, \quad F = \frac{kQ_1Q_2}{r^2} \Rightarrow Q_1Q_2 = \frac{Fr^2}{k} = \frac{(8 \times 10^{-3})(3)^2}{9 \times 10^9} = 8 \times 10^{-12} \text{ C}^2$$

Q_1 y Q_2 son las raíces de:

$$Q^2 - (6 \times 10^{-6})Q + 8 \times 10^{-12} = 0 \Rightarrow Q_1 = 4 \times 10^{-6} \text{ C}, \quad Q_2 = 2 \times 10^{-6} \text{ C}$$

El campo sobre cada carga lo produce la otra. Se coloca Q_1 en el origen y Q_2 en $x = 3$ m:

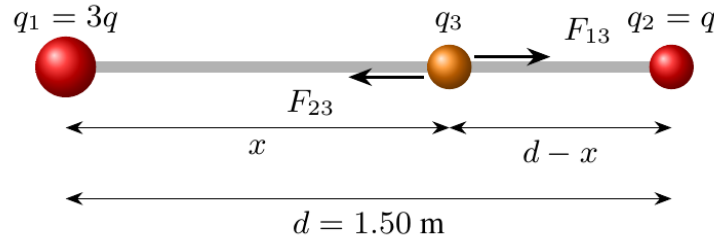
$$E_1 = \frac{kQ_2}{r^2} = \frac{(9 \times 10^9)(2 \times 10^{-6})}{9} = 2000 \text{ N/C (hacia } -x)$$

$$E_2 = \frac{kQ_1}{r^2} = \frac{(9 \times 10^9)(4 \times 10^{-6})}{9} = 4000 \text{ N/C (hacia } +x)$$

$$\text{Comprobación: } E_1Q_1 = (2000)(4 \times 10^{-6}) = 8 \times 10^{-3} \text{ N.}$$

$$\text{Respuesta: } \vec{E}_1 = -2000 \hat{i} \text{ N/C}; \quad \vec{E}_2 = 4000 \hat{i} \text{ N/C}$$

9. Dos pequeñas esferas que tienen cargas positivas $q_1 = 3q$ y $q_2 = q$ se fijan en los extremos opuestos de una barra aislante horizontal de longitud $d = 1,50$ m. La esfera con carga q_1 está en el origen. Una tercera esfera pequeña cargada es libre para deslizarse sobre la varilla. ¿En qué posición “x” está en equilibrio la tercera esfera?



La tercera esfera está en equilibrio cuando las dos fuerzas sobre ella son iguales en magnitud:

$$\frac{k(3q)q_3}{x^2} = \frac{kq q_3}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{3}{x^2} = \frac{1}{(d-x)^2}$$

$$\sqrt{3}(d-x) = x \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}d}{1+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(1.50)}{1+\sqrt{3}} = 0.951 \text{ m}$$

Respuesta: 0.950 m

10. En la teoría de Bohr sobre el átomo de hidrógeno, un electrón se mueve en una órbita circular alrededor de un protón, donde el radio de la órbita es $5,29 \times 10^{-11}$ m.

a) Calcule el valor de la fuerza eléctrica ejercida entre ambas partículas.

b) Si esta fuerza es la que causa la aceleración centrípeta del electrón, ¿cuál es su rapidez?

Utilice $1,60 \times 10^{-19}$ C, como el valor de la carga del electrón.

$r = 5,29 \times 10^{-11}$ m ; $e = 1,60 \times 10^{-19}$ C

a) La fuerza de Coulomb entre el protón y el electrón es:

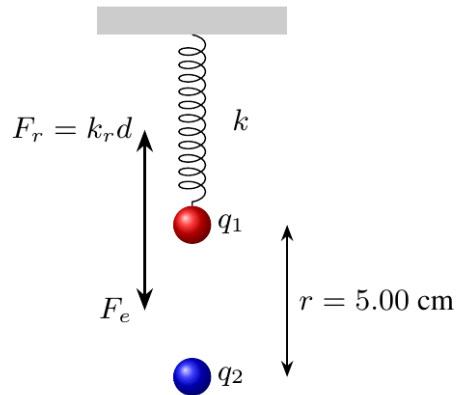
$$F = \frac{ke^2}{r^2} = \frac{(8.99 \times 10^9)(1.60 \times 10^{-19})^2}{(5.29 \times 10^{-11})^2} = 8.23 \times 10^{-8} \text{ N}$$

b) Esa fuerza actúa como fuerza centrípeta:

$$F = \frac{m_e v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{Fr}{m_e}} = \sqrt{\frac{(8.23 \times 10^{-8})(5.29 \times 10^{-11})}{9.11 \times 10^{-31}}} = 2.19 \times 10^6 \text{ m/s}$$

Respuesta: 8.23×10^{-8} N; 2.19×10^6 m/s

11. Una pequeña esfera de carga $q_1 = 0,800 \mu\text{C}$ cuelga del extremo de un resorte como en la figura. Cuando otra pequeña esfera de carga $q_2 = -0,600 \mu\text{C}$ se coloca por debajo de la primera esfera como en la figura, el resorte se extiende $d = 3,50 \text{ cm}$ de su longitud original y llega a una nueva posición de equilibrio con una separación entre las cargas de $r = 5,00 \text{ cm}$. ¿Cuál es la constante de fuerza del resorte?



Antes de colocar q_2 , el resorte ya equilibraba el peso. El estiramiento adicional d se debe solo a la atracción eléctrica:

$$k_r d = \frac{k|q_1 q_2|}{r^2}$$

$$F_e = \frac{(8.99 \times 10^9)(0.800 \times 10^{-6})(0.600 \times 10^{-6})}{(0.0500)^2} = 1.726 \text{ N}$$

$$k_r = \frac{F_e}{d} = \frac{1.726}{0.0350} = 49.3 \text{ N/m}$$

Respuesta: 49.3 N/m.

12. Dos partículas de polvo con igual carga ejercen una fuerza mutua de $3,2 \times 10^{-2} \text{ N}$. ¿Cuál será la fuerza si se mueven de forma que queden separadas sólo $1/8$ de la distancia inicial?

$$F = 3,2 \times 10^{-2} \text{ N}$$

La fuerza es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia:

$$F = \frac{kq^2}{r^2}, \quad F' = \frac{kq^2}{(r/8)^2} = 64 F$$

$$F' = 64 (3.2 \times 10^{-2}) = 2.048 \text{ N}$$

El resultado es 2.048 N. La opción $2.048 \times 10^3 \text{ N}$ tiene las mismas cifras pero un exponente que no corresponde ($2.048 \text{ N} = 2.048 \times 10^0 \text{ N}$)

13. Una molécula de ADN (ácido desoxirribonucleico) es de 2,17 mm de largo. Los extremos de la molécula se ionizan por separado: negativo en un extremo, positivo en el otro. La molécula helicoidal actúa como un resorte y se comprime 1,00 % al ser cargada. Determine la constante efectiva de resorte de la molécula.

La molécula se comprime por la atracción entre la carga $+e$ de un extremo y la carga $-e$ del otro. La fuerza del resorte equilibra esa atracción:

$$k_r x = \frac{ke^2}{r^2}, \quad x = 0.0100 L$$

Los valores de las opciones corresponden a $L = 2.17 \mu\text{m} = 2.17 \times 10^{-6} \text{ m}$ (dato del problema original de Serway), tomando $r \approx L$:

$$k_r = \frac{ke^2}{r^2 x} = \frac{(8.99 \times 10^9)(1.60 \times 10^{-19})^2}{(2.17 \times 10^{-6})^2(2.17 \times 10^{-8})} = 2.25 \times 10^{-9} \text{ N/m}$$

Si se usara literalmente 2.17 mm, el resultado sería $2.25 \times 10^{-18} \text{ N/m}$, que no aparece entre las opciones.

Respuesta: $2.25 \times 10^{-9} \text{ N/m}$

14. En los vértices de un triángulo equilátero de lado L se han situado tres cargas negativas $-e$. Si en el centro de gravedad del triángulo se sitúa una carga de magnitud Q , determine el valor que debe poseer esa carga para mantener el sistema en equilibrio.

Se analiza una de las cargas $-e$. Las otras dos la repelen con fuerzas de igual magnitud separadas 60° . Su resultante apunta hacia afuera del centro:

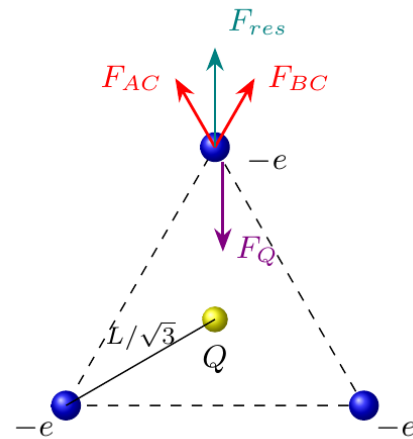
$$F_{res} = 2 \frac{ke^2}{L^2} \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3} ke^2}{L^2}$$

La distancia del vértice al centro de gravedad es $L/\sqrt{3}$. Q debe atraer a la carga hacia el centro, así que Q es positiva:

$$F_Q = \frac{kQe}{(L/\sqrt{3})^2} = \frac{3kQe}{L^2}$$

$$\frac{3kQe}{L^2} = \frac{\sqrt{3} ke^2}{L^2} \Rightarrow Q = \frac{e}{\sqrt{3}} = \frac{e\sqrt{3}}{3}$$

Respuesta: $Q = \frac{e\sqrt{3}}{3}$



15. Dos esferas idénticas pequeñas y conductoras tienen cargas de $3,0 \times 10^{-9} \text{ C}$ y $-1 \times 10^{-9} \text{ C}$, respectivamente. Cuando se colocan separadas 3,0 cm.

a) ¿Cuál es la fuerza entre ellas?

b) Si se ponen en contacto y luego se separan 3,0 cm,

c) ¿Cuál es la fuerza entre ellas?

$3,0 \times 10^{-9} \text{ C}$; $-1,0 \times 10^{-9} \text{ C}$

a) La fuerza inicial es de atracción:

$$F = \frac{k|q_1 q_2|}{r^2} = \frac{(8.99 \times 10^9)(3.0 \times 10^{-9})(1.0 \times 10^{-9})}{(0.030)^2} = 3.0 \times 10^{-5} \text{ N}$$

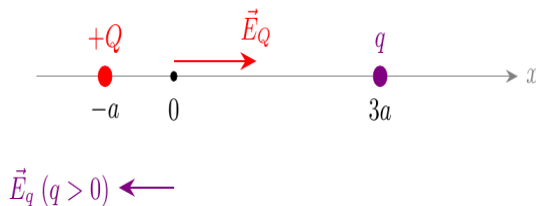
b) Al tocarse, las esferas idénticas reparten la carga total en partes iguales:

$$q' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{3.0 \times 10^{-9} - 1.0 \times 10^{-9}}{2} = 1.0 \times 10^{-9} \text{ C}$$

c) Ahora la fuerza es de repulsión:

$$F' = \frac{kq'^2}{r^2} = \frac{(8.99 \times 10^9)(1.0 \times 10^{-9})^2}{(0.030)^2} = 1.0 \times 10^{-5} \text{ N}$$

16. Dos cargas puntuales están localizadas sobre el eje x. La primera carga $+Q$ está en $x = -a$. La segunda es una carga desconocida q localizada en $x = +3a$. El campo eléctrico neto en el origen producido por estas dos cargas tiene magnitud de $2kQ/a^2$. ¿Cuáles son los dos posibles valores de la carga desconocida?



$$|E| = 2kQ / a^2$$

En el origen, $+Q$ (a distancia a) produce un campo hacia $+x$. Si q es positiva, produce un campo hacia $-x$ (está a distancia $3a$):

$$E_x = \frac{kQ}{a^2} - \frac{kq}{9a^2}$$

Se exige $|E_x| = \frac{2kQ}{a^2}$:

$$Q - \frac{q}{9} = \pm 2Q$$

$$Q - \frac{q}{9} = 2Q \Rightarrow q = -9Q, \quad Q - \frac{q}{9} = -2Q \Rightarrow q = +27Q$$

17. Una superficie plana de $0,14 \text{ m}^2$ de área se encuentra situada en el plano XY. Determine el flujo eléctrico que la atraviesa si en la región existe un campo eléctrico cuya componente perpendicular a dicho plano (componente z) vale $3,5 \times 10^3 \text{ N/C}$.

La superficie está en el plano XY, así que su vector área es perpendicular a ese plano: $\vec{A} = A \hat{k}$. Solo la componente z del campo atraviesa la superficie:

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A} = E_z A = (3.5 \times 10^3)(0.14) = 490 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$$

Respuesta: $490 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$

18. Una esfera sólida no conductora de radio “R” posee una densidad de carga proporcional a la distancia desde el centro dada por $\rho = Ar$ para $r \leq R$, donde A es una constante. Encuentre la carga total “Q” sobre la esfera.

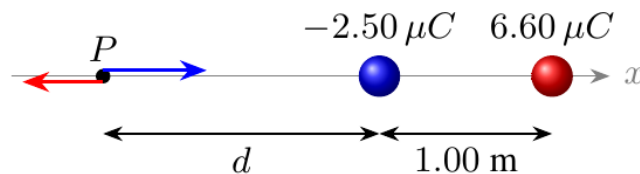
Se suma la carga de cascarones delgados de radio r y volumen $dV = 4\pi r^2 dr$:

$$Q = \int_0^R \rho dV = \int_0^R (Ar) (4\pi r^2) dr = 4\pi A \int_0^R r^3 dr = 4\pi A \frac{R^4}{4}$$

$$Q = \pi AR^4$$

Respuesta: $Q = \pi AR^4$

19. En la figura, determinar el punto donde el campo eléctrico es cero.



Entre las cargas los campos se suman (cargas de signo opuesto). El punto de campo nulo debe estar fuera, del lado de la carga de menor magnitud: a la izquierda de $-2.50 \mu\text{C}$, a una distancia d :

$$\frac{k(2.50)}{d^2} = \frac{k(6.60)}{(d + 1.00)^2} \Rightarrow \frac{d + 1.00}{d} = \sqrt{\frac{6.60}{2.50}} = 1.625$$

$$d = \frac{1.00}{1.625 - 1} = 1.60 \text{ m}$$

Con los datos de la figura, el punto está a 1.60 m a la izquierda de la carga de $-2.50 \mu\text{C}$. Ese valor no aparece, así que la respuesta es N.A. (El valor 1.82 m sale si la segunda carga fuera $6.00 \mu\text{C}$: $d = 1/(\sqrt{6.00/2.50} - 1) = 1.82 \text{ m}$.)

20. Dos esferas pequeñas separadas por una distancia de 20,0 cm tienen cargas iguales. ¿Cuántos electrones en exceso hay en cada esfera si la magnitud de la fuerza de repulsión entre ellas es de $4,57 \times 10^{-21}$ N? Utilice el valor de la carga del electrón como $1,602 \times 10^{-19}$ C.

$$4,57 \times 10^{-21} \text{ N}; \quad e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Con la ley de Coulomb se despeja la carga de cada esfera, y luego se divide entre la carga del electrón:

$$F = \frac{kq^2}{r^2} \Rightarrow q = r \sqrt{\frac{F}{k}} = (0.200) \sqrt{\frac{4.57 \times 10^{-21}}{8.99 \times 10^9}} = 1.43 \times 10^{-16} \text{ C}$$

$$n = \frac{q}{e} = \frac{1.43 \times 10^{-16}}{1.602 \times 10^{-19}} \approx 890 \text{ electrones}$$

El resultado es aproximadamente 890 electrones

21. Dos esferas idénticas de masa “m” y la carga eléctrica “q” están suspendidas de cuerdas no conductoras cuya longitud es “L”, de forma que para el ángulo mostrado se encuentran en equilibrio. Considerando que para ángulos pequeños $\tan \theta \cong \sin \theta$, la distancia de separación entre ellas tiene un valor de “r”; si $L = 10$ cm, $m = 2$ g y $r = 1,7$ cm, el valor de la carga “q” para cada esfera es:

$$r = (L q^2 / (2\pi \epsilon_0 m g))^{1/3}$$

En equilibrio se cumple $\tan \theta = F_e / mg$. Para ángulos pequeños, $\tan \theta \approx \sin \theta = \frac{r/2}{L}$. Con $F_e = \frac{q^2}{4\pi \epsilon_0 r^2}$ se obtiene la expresión dada:

$$r = \left(\frac{L q^2}{2\pi \epsilon_0 m g} \right)^{1/3} \Rightarrow q = \sqrt{\frac{2\pi \epsilon_0 m g r^3}{L}}$$

$$q = \sqrt{\frac{2\pi(8.85 \times 10^{-12})(0.002)(9.8)(0.017)^3}{0.10}} = 7.318 \times 10^{-9} \text{ C}$$

Respuesta: $7.318 \times 10^{-9} \text{ C}$

