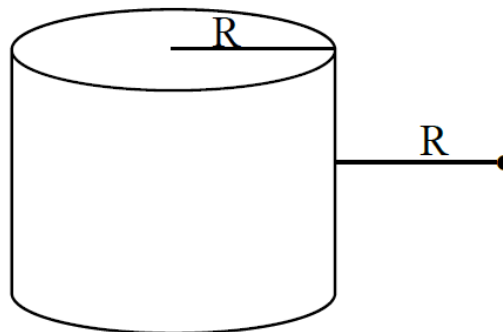


1. Un cilindro metálico hueco tiene una densidad de carga volumétrica de $600 \text{ } \mu\text{C/m}^3$. Si a una distancia R (radio del cilindro), paralela al cilindro, se genera un campo eléctrico de $6,30 \times 10^6 \text{ N/C}$. ¿Cuál es el valor del radio del cilindro?



Se toma el cilindro como un volumen con carga uniforme ρ y radio R . En la figura, el punto está a una distancia R de la superficie, es decir, a $r = 2R$ del eje. Con una superficie gaussiana cilíndrica de radio r y largo ℓ :

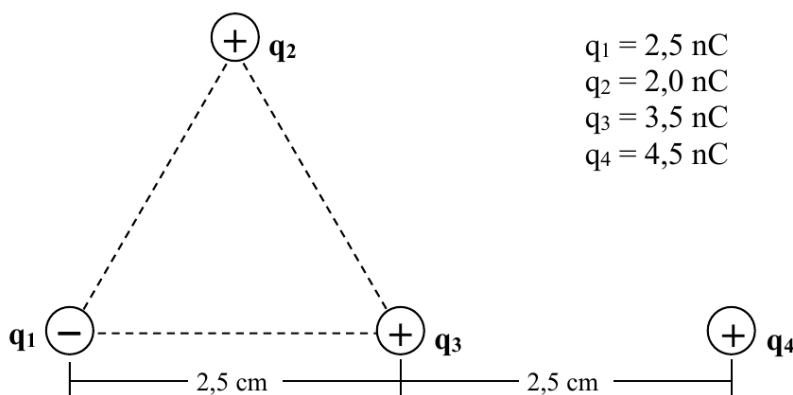
$$E (2\pi r \ell) = \frac{\rho \pi R^2 \ell}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r}$$

$$r = 2R \Rightarrow E = \frac{\rho R}{4\epsilon_0} \Rightarrow R = \frac{4\epsilon_0 E}{\rho}$$

$$R = \frac{4(8.85 \times 10^{-12})(6.30 \times 10^6)}{600 \times 10^{-6}} = 0.372 \text{ m}$$

Si el punto se tomara sobre la superficie ($r = R$), sería $R = 2\epsilon_0 E / \rho = 0.186 \text{ m}$.

2. Tres cargas eléctricas puntuales se encuentran posicionadas en las esquinas de un triángulo equilátero. Determine el módulo y la dirección de la fuerza eléctrica resultante sobre la carga q_4 , que está a la derecha de q_3 .



Se usa la ley de Coulomb y superposición. Se pone q_1 en el origen, q_3 en $(2.5, 0) \text{ cm}$, q_2 en $(1.25; 2.165) \text{ cm}$ y q_4 en $(5.0, 0) \text{ cm}$:

$$F = \frac{k|q_a q_b|}{r^2}$$

q_1 (negativa) atrae a q_4 , a 5.0 cm, hacia $-x$:

$$F_{14} = \frac{(8.99 \times 10^9)(2.5 \times 10^{-9})(4.5 \times 10^{-9})}{(0.050)^2} = 4.05 \times 10^{-5} \text{ N } (-x)$$

q_3 repele a q_4 , a 2.5 cm, hacia $+x$:

$$F_{34} = \frac{(8.99 \times 10^9)(3.5 \times 10^{-9})(4.5 \times 10^{-9})}{(0.025)^2} = 2.27 \times 10^{-4} \text{ N } (+x)$$

q_2 está a $r = \sqrt{3.75^2 + 2.165^2} = 4.33$ cm de q_4 y la repele a 30° por debajo de $+x$:

$$F_{24} = \frac{(8.99 \times 10^9)(2.0 \times 10^{-9})(4.5 \times 10^{-9})}{(0.0433)^2} = 4.32 \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$\vec{F}_{24} = (4.32 \times 10^{-5})(\cos 30^\circ \hat{i} - \sin 30^\circ \hat{j}) = (3.74 \hat{i} - 2.16 \hat{j}) \times 10^{-5} \text{ N}$$

Se suman las componentes:

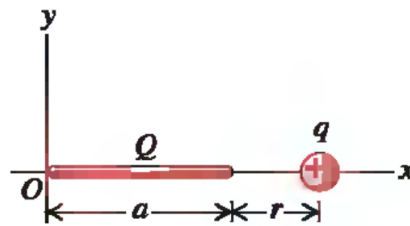
$$F_x = -4.05 \times 10^{-5} + 3.74 \times 10^{-5} + 22.7 \times 10^{-5} = 2.23 \times 10^{-4} \text{ N}$$

$$F_y = -2.16 \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 2.25 \times 10^{-4} \text{ N}, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x} = -5.5^\circ$$

La fuerza resultante es 2.25×10^{-4} N, dirigida 5.5° por debajo del eje $+x$

3. Una carga positiva Q está distribuida de manera uniforme a lo largo de una barra de longitud a . Una carga puntual positiva q se localiza a la derecha de la barra a una distancia r . Calcule la fuerza eléctrica sobre la carga q gracias a la barra cargada uniforme.



Se divide la barra en elementos $dQ = \lambda dx$ con $\lambda = Q/a$. Un elemento en la posición x está a $(a + r - x)$ de q , y todas las fuerzas apuntan hacia $+x$:

$$dF = \frac{kq \lambda dx}{(a + r - x)^2}$$

$$F = kq\lambda \int_0^a \frac{dx}{(a + r - x)^2} = kq\lambda \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{a + r} \right] = \frac{kq\lambda a}{r(a + r)}$$

$$\vec{F} = \frac{kQq}{r(a + r)} \hat{i} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r(a + r)} \hat{i}$$

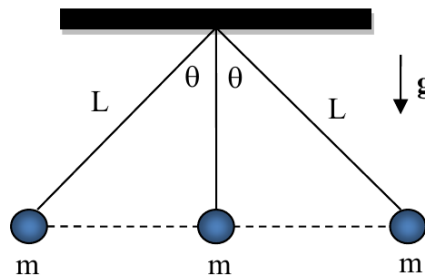
4. Dos cargas, q_1 y q_2 , están separadas por una distancia r . experimentan una fuerza eléctrica F_e a esta distancia. Cuando la separación inicial disminuye tan sólo 40,0 mm, la fuerza entre las dos cargas se duplica. ¿Cuál era la separación inicial entre ellas?

La fuerza es inversamente proporcional a r^2 . Si se duplica al acercar las cargas 0.0400 m:

$$\frac{F'}{F} = \frac{r^2}{(r - 0.0400)^2} = 2 \Rightarrow r - 0.0400 = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

$$r = \frac{0.0400}{1 - 1/\sqrt{2}} = 0.137 \text{ m} = 137 \text{ mm}$$

5. En la figura se muestran tres cargas puntuales idénticas, cada una de masa $m = 0,100 \text{ kg}$ y carga q , colgadas en tres cuerdas. Si las longitudes de las cuerdas izquierda y derechas son $L = 30,0 \text{ cm}$ y el ángulo $\theta = 45,0^\circ$, determine el valor de q .



Las tres cargas quedan a la misma altura. La separación entre cargas vecinas es:

$$d = L \sin \theta = (0.300) \sin 45^\circ = 0.212 \text{ m}$$

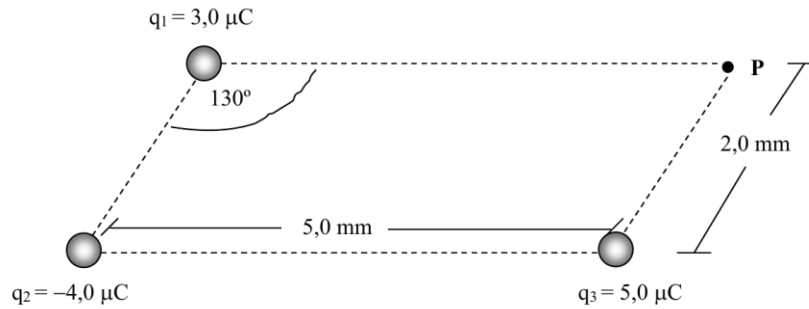
Sobre la carga de la derecha actúan la tensión, el peso y la repulsión de las otras dos (a d y a $2d$):

$$F_e = \frac{kq^2}{d^2} + \frac{kq^2}{(2d)^2} = \frac{5}{4} \frac{kq^2}{d^2}$$

$$T \sin \theta = F_e, \quad T \cos \theta = mg \Rightarrow F_e = mg \tan \theta$$

$$q = \sqrt{\frac{4 mg \tan \theta d^2}{5k}} = \sqrt{\frac{4(0.100)(9.80)(1)(0.212)^2}{5(8.99 \times 10^9)}} = 1.98 \times 10^{-6} \text{ C}$$

6. En la siguiente figura calcule el campo eléctrico resultante en el punto P.



La figura es un paralelogramo de lados 5.0 mm y 2.0 mm, con 130° en q_1 (y por tanto 50° en q_2). Se pone q_2 en el origen:

$$q_3 = (5.0; 0) \text{ mm}, \quad q_1 = (2.0\cos 50^\circ; 2.0\sin 50^\circ) = (1.29; 1.53) \text{ mm}$$

$$P = (6.29; 1.53) \text{ mm}$$

El campo de cada carga es $E = \frac{k|q|}{r^2}$.

q_1 está a 5.0 mm de P y su campo apunta hacia $+x$:

$$E_1 = \frac{(8.99 \times 10^9)(3.0 \times 10^{-6})}{(5.0 \times 10^{-3})^2} = 1.08 \times 10^9 \text{ N/C}$$

q_3 está a 2.0 mm de P y su campo apunta a 50° sobre $+x$:

$$E_3 = \frac{(8.99 \times 10^9)(5.0 \times 10^{-6})}{(2.0 \times 10^{-3})^2} = 1.12 \times 10^{10} \text{ N/C}$$

q_2 está a $r = \sqrt{6.29^2 + 1.53^2} = 6.47$ mm de P . Su campo apunta hacia q_2 , con dirección $-(6.29; 1.53)/6.47$:

$$E_2 = \frac{(8.99 \times 10^9)(4.0 \times 10^{-6})}{(6.47 \times 10^{-3})^2} = 8.59 \times 10^8 \text{ N/C}$$

Por componentes:

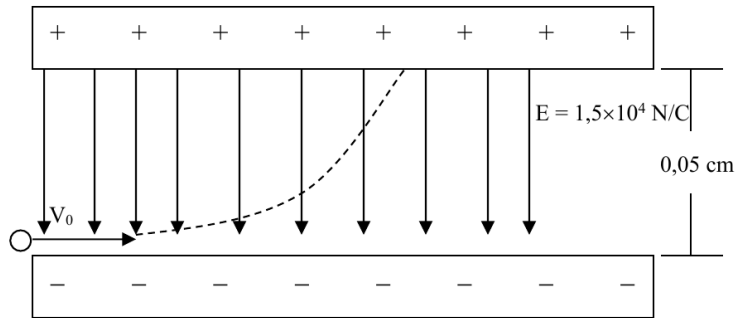
$$E_x = 1.08 \times 10^9 - 8.35 \times 10^8 + 1.12 \times 10^{10} \cos 50^\circ = 7.47 \times 10^9 \text{ N/C}$$

$$E_y = -2.03 \times 10^8 + 1.12 \times 10^{10} \sin 50^\circ = 8.41 \times 10^9 \text{ N/C}$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 1.12 \times 10^{10} \text{ N/C}, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{E_y}{E_x} = 48.4^\circ$$

El campo resultante es 1.12×10^{10} N/C, a 48.4° por encima del eje $+x$.

7. Un electrón entra horizontalmente a un campo eléctrico producido por 2 placas paralelas cargadas. Si su velocidad antes de entrar a la placa es de $4,13 \times 10^6$ m/s; determine: (**Ignore las referencias gravitacionales**)
- El tiempo que le toma al electrón en llegar a la placa positiva.
 - El desplazamiento horizontal del electrón, desde que entra a la zona de las placas paralelas
 - La velocidad final con que choca en la placa positiva.



El campo apunta hacia abajo, así que sobre el electrón actúa una fuerza hacia arriba, hacia la placa positiva. Se toma el recorrido vertical como la separación completa, $y = 0.05$ cm $= 5.0 \times 10^{-4}$ m:

$$a = \frac{eE}{m_e} = \frac{(1.602 \times 10^{-19})(1.5 \times 10^4)}{9.109 \times 10^{-31}} = 2.64 \times 10^{15} \text{ m/s}^2$$

- a) En la vertical el movimiento parte del reposo con aceleración constante:

$$y = 1/2 at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{a}} = \sqrt{\frac{2(5.0 \times 10^{-4})}{2.64 \times 10^{15}}} = 6.16 \times 10^{-10} \text{ s}$$

- b) En la horizontal la velocidad es constante:

$$x = v_0 t = (4.13 \times 10^6)(6.16 \times 10^{-10}) = 2.54 \times 10^{-3} \text{ m} = 2.54 \text{ mm}$$

- c) Velocidad al chocar:

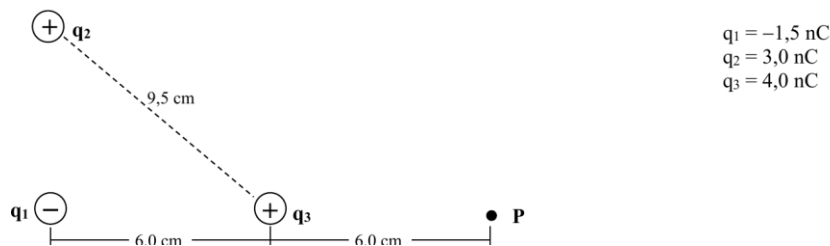
$$v_y = at = (2.64 \times 10^{15})(6.16 \times 10^{-10}) = 1.62 \times 10^6 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{(4.13 \times 10^6)^2 + (1.62 \times 10^6)^2} = 4.44 \times 10^6 \text{ m/s}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{v_y}{v_0} = 21.5^\circ$$

El electrón choca a 4.44×10^6 m/s, 21.5° por encima de la horizontal: $\vec{v} = (4.13 \hat{i} + 1.62 \hat{j}) \times 10^6$ m/s.

8. Tres cargas eléctricas puntuales se encuentran posicionadas en las esquinas de un triángulo rectángulo. Determine el módulo y la dirección del campo eléctrico resultante en el punto P, que está a la derecha de q_3 .



El ángulo recto está en q_1 . La altura de q_2 es:

$$h = \sqrt{9.5^2 - 6.0^2} = 7.37 \text{ cm}$$

Posiciones: $q_1 = (0,0)$, $q_2 = (0; 7.37) \text{ cm}$, $q_3 = (6.0; 0) \text{ cm}$ y $P = (12.0; 0) \text{ cm}$. El campo de cada carga es $E = \frac{k|q|}{r^2}$.

q_1 (negativa, a 12.0 cm) produce un campo hacia q_1 , es decir, hacia $-x$:

$$E_1 = \frac{(8.99 \times 10^9)(1.5 \times 10^{-9})}{(0.120)^2} = 936 \text{ N/C } (-x)$$

q_3 (a 6.0 cm) produce un campo hacia $+x$:

$$E_3 = \frac{(8.99 \times 10^9)(4.0 \times 10^{-9})}{(0.060)^2} = 9.99 \times 10^3 \text{ N/C } (+x)$$

q_2 está a $r = \sqrt{12.0^2 + 7.37^2} = 14.08 \text{ cm}$. Su campo tiene la dirección $(12.0; -7.37)/14.08$:

$$E_2 = \frac{(8.99 \times 10^9)(3.0 \times 10^{-9})}{(0.1408)^2} = 1.36 \times 10^3 \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_2 = (1159 \hat{i} - 712 \hat{j}) \text{ N/C}$$

Suma:

$$E_x = -936 + 1159 + 9989 = 1.02 \times 10^4 \text{ N/C}, \quad E_y = -712 \text{ N/C}$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 1.02 \times 10^4 \text{ N/C}, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{-712}{10212} = -4.0^\circ$$

El campo en P es $1.02 \times 10^4 \text{ N/C}$, 4.0° por debajo del eje $+x$.

9. Un electrón con una $v_i = 2,30 \times 10^5 \text{ m/s}$; $\hat{i}$ entra en una región donde existe un campo eléctrico uniforme dado por $\vec{E} = 6,32 \times 10^5 \text{ N/C}$; $\hat{i}$. Sabiendo esto determine:

- La aceleración que tiene el electrón al entrar al área con campo eléctrico.
- El tiempo que tarda en detenerse después de entrar en la región del campo eléctrico
- La distancia que recorre en este tiempo
- La energía que se perdió en este tiempo

La fuerza sobre el electrón es $\vec{F} = -e\vec{E}$, contraria a su velocidad, así que lo frena.

a) Aceleración:

$$\vec{a} = \frac{-e\vec{E}}{m_e} = -\frac{(1.602 \times 10^{-19})(6.32 \times 10^5)}{9.109 \times 10^{-31}} \hat{i} = -1.11 \times 10^{17} \hat{i} \text{ m/s}^2$$

b) Tiempo hasta detenerse ($v_f = 0$):

$$v_f = v_i + at \Rightarrow t = \frac{v_i}{|a|} = \frac{2.30 \times 10^5}{1.11 \times 10^{17}} = 2.07 \times 10^{-12} \text{ s}$$

c) Distancia recorrida:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad \Rightarrow d = \frac{v_i^2}{2|a|} = \frac{(2.30 \times 10^5)^2}{2(1.11 \times 10^{17})} = 2.38 \times 10^{-7} \text{ m}$$

d) La energía perdida es toda la energía cinética inicial:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m_e v_i^2 = \frac{1}{2} (9.109 \times 10^{-31})(2.30 \times 10^5)^2 = 2.41 \times 10^{-20} \text{ J}$$

10. Un protón y un electrón se ponen en reposo dentro de un campo eléctrico uniforme de 470,0 N/C de magnitud. Calcule el trabajo de cada partícula después de $21,1 \times 10^{-9} \text{ s}$. Las dos partículas sienten una fuerza de igual magnitud $F = eE$ y parten del reposo. El trabajo realizado es igual a la energía cinética ganada:

$$v = \frac{eE}{m} t, \quad W = \Delta K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{(eEt)^2}{2m}$$

$$eEt = (1.602 \times 10^{-19})(470.0)(21.1 \times 10^{-9}) = 1.589 \times 10^{-24} \text{ N}\cdot\text{s}$$

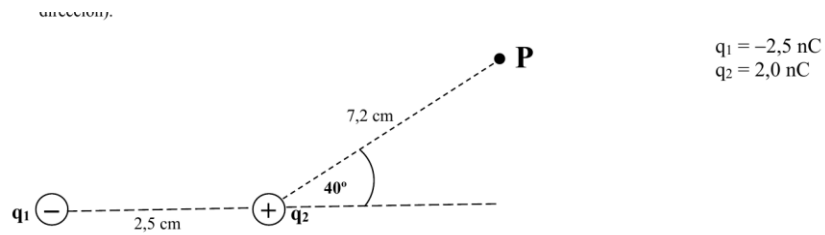
Protón:

$$W_p = \frac{(1.589 \times 10^{-24})^2}{2(1.673 \times 10^{-27})} = 7.54 \times 10^{-22} \text{ J}$$

Electrón:

$$W_e = \frac{(1.589 \times 10^{-24})^2}{2(9.109 \times 10^{-31})} = 1.39 \times 10^{-18} \text{ J}$$

11. Dos cargas puntuales están ubicadas como lo muestra la figura. Determine el campo eléctrico resultante en el punto P (Módulo y dirección).



Se pone q_1 en el origen y q_2 en (2.5; 0) cm. Entonces:

$$P = (2.5 + 7.2\cos 40^\circ; 7.2\sin 40^\circ) = (8.02; 4.63) \text{ cm}$$

q_2 está a 7.2 cm de P . Su campo apunta alejándose de q_2 , a 40° :

$$E_2 = \frac{(8.99 \times 10^9)(2.0 \times 10^{-9})}{(0.072)^2} = 3.47 \times 10^3 \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_2 = (2657 \hat{i} + 2229 \hat{j}) \text{ N/C}$$

q_1 está a $r = \sqrt{8.02^2 + 4.63^2} = 9.26 \text{ cm}$ de P . Su campo apunta hacia q_1 :

$$E_1 = \frac{(8.99 \times 10^9)(2.5 \times 10^{-9})}{(0.0926)^2} = 2.62 \times 10^3 \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_1 = -(2624) \frac{(8.02; 4.63)}{9.26} = (-2272 \hat{i} - 1312 \hat{j}) \text{ N/C}$$

Resultante:

$$\vec{E} = (385 \hat{i} + 918 \hat{j}) \text{ N/C}$$

$$E = \sqrt{385^2 + 918^2} = 995 \text{ N/C}, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{918}{385} = 67.2^\circ$$

El campo en P es 995 N/C, a 67.2° sobre el eje $+x$

12. Una esfera metálica maciza de 215,0 mm de radio contiene una carga total de 200 μC , determine:

- La densidad volumétrica de carga de la esfera
- El campo eléctrico a una distancia de 15,0 cm de la superficie de la esfera.
- El campo eléctrico a una distancia de 24,7 mm del centro de la esfera.

a) Densidad volumétrica de carga, calculada como carga total entre volumen:

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{200 \times 10^{-6}}{\frac{4}{3}\pi (0.2150)^3} = 4.80 \times 10^{-3} \text{ C/m}^3$$

b) El punto está fuera de la esfera, a $r = 0.2150 + 0.150 = 0.365 \text{ m}$ del centro. Ahí la esfera actúa como una carga puntual:

$$E = \frac{kQ}{r^2} = \frac{(8.99 \times 10^9)(200 \times 10^{-6})}{(0.365)^2} = 1.35 \times 10^7 \text{ N/C}$$

c) El punto $r = 24.7 \text{ mm}$ está dentro de la esfera. En equilibrio, la carga de una esfera metálica (conductora) está en la superficie y el campo interior es cero:

$$E = 0$$

(Si la esfera fuera aislante con carga uniforme, sería $E = \frac{kQr}{R^3} = 4.47 \times 10^6 \text{ N/C}$.)

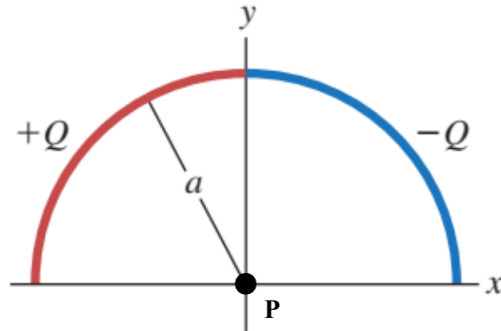
13. Entre dos placas paralelas se mueve un protón de la placa positiva hacia la placa negativa con aceleración constante, partiendo del reposo. Si la intensidad del campo eléctrico uniforme es de 125 000 N/C y el protón llega a la placa negativa con una rapidez de $1.67 \times 10^6 \text{ m/s}$. ¿Cuál es la distancia de separación de las placas? (Desprecie la interacción del campo gravitatorio terrestre)

El protón parte del reposo con aceleración constante:

$$a = \frac{eE}{m_p} = \frac{(1.602 \times 10^{-19})(125\,000)}{1.673 \times 10^{-27}} = 1.20 \times 10^{13} \text{ m/s}^2$$

$$v^2 = 2ad \Rightarrow d = \frac{v^2}{2a} = \frac{(1.67 \times 10^6)^2}{2(1.20 \times 10^{13})} = 0.117 \text{ m} = 11.7 \text{ cm}$$

14. Una carga positiva Q es uniformemente distribuida en la mitad en un conductor semicircular de radio a , la otra mitad está distribuida por una carga $-Q$. Encuentre la magnitud y la dirección del campo eléctrico en el punto P.



Cada cuarto de circunferencia tiene longitud $\pi a/2$, así que:

$$\lambda = \frac{Q}{\pi a/2} = \frac{2Q}{\pi a}, \quad dE = \frac{k\lambda a d\theta}{a^2} = \frac{k\lambda}{a} d\theta$$

Cuarto positivo (90° a 180°). Su campo en P apunta alejándose de la carga:

$$\vec{E}_+ = -\frac{k\lambda}{a} \int_{\pi/2}^{\pi} (\cos\theta \hat{i} + \sin\theta \hat{j}) d\theta = \frac{k\lambda}{a} (\hat{i} - \hat{j})$$

Cuarto negativo (0° a 90°). Su campo en P apunta hacia la carga:

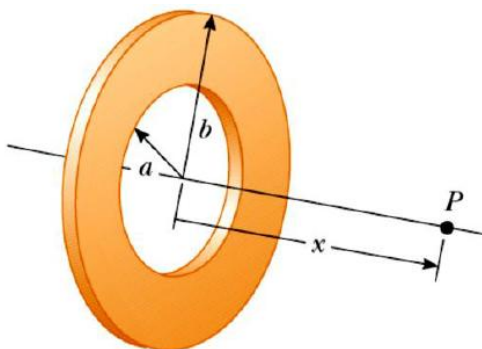
$$\vec{E}_- = +\frac{k\lambda}{a} \int_0^{\pi/2} (\cos\theta \hat{i} + \sin\theta \hat{j}) d\theta = \frac{k\lambda}{a} (\hat{i} + \hat{j})$$

Las componentes y se cancelan:

$$\vec{E} = \frac{2k\lambda}{a} \hat{i} = \frac{4kQ}{\pi a^2} \hat{i} = \frac{Q}{\pi^2 \epsilon_0 a^2} \hat{i}$$

El campo tiene magnitud $\frac{Q}{\pi^2 \epsilon_0 a^2}$ y apunta hacia $+x$, del lado positivo al negativo.

15. Calcule el campo eléctrico en el punto P que está a una distancia x del centro de la arandela con densidad superficial de carga σ , como se muestra en la figura.



La arandela se divide en anillos de radio r y carga $dq = \sigma 2\pi r dr$. Cada anillo produce en el eje:

$$dE = \frac{k x dq}{(x^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \frac{r dr}{(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

Se integra desde el radio interior a hasta el exterior b :

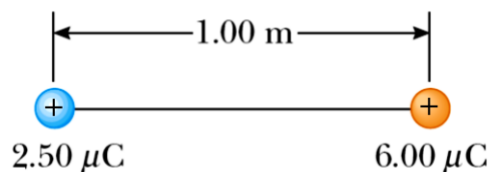
$$E = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \int_a^b \frac{r dr}{(x^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left[-\frac{1}{\sqrt{x^2 + r^2}} \right]_a^b$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + b^2}} \right] \hat{i}$$

El campo va a lo largo del eje, alejándose de la arandela si $\sigma > 0$.

16. Determine el punto a lo largo del eje, en el que el campo eléctrico es cero. x^*

Las dos cargas son positivas, así que el campo solo puede anularse entre ellas. Sea x la distancia desde la carga de $2.50 \mu\text{C}$:

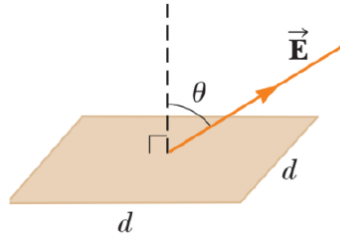


$$\frac{k(2.50 \mu\text{C})}{x^2} = \frac{k(6.00 \mu\text{C})}{(1.00 - x)^2} \Rightarrow \frac{1.00 - x}{x} = \sqrt{\frac{6.00}{2.50}} = 1.549$$

$$x = \frac{1.00}{1 + 1.549} = 0.392 \text{ m}$$

El campo es cero a 0.392 m a la derecha de la carga de $2.50 \mu\text{C}$ (y a 0.608 m de la de $6.00 \mu\text{C}$).

17. Considere una superficie plana en un campo eléctrico uniforme como en la figura. donde $d = 15,0$ cm y $\theta = 70^\circ$. Si el flujo neto a través de la superficie es de $6,00$ $\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$, encuentre la magnitud del campo eléctrico.



θ es el ángulo entre $\vec{E}$ y la normal a la superficie, y el área es $A = d^2$:

$$\Phi = EA \cos \theta \Rightarrow E = \frac{\Phi}{d^2 \cos \theta} = \frac{6.00}{(0.150)^2 \cos 70^\circ} = 780 \text{ N/C}$$

18. Tres cargas eléctricas puntuales se encuentran posicionadas en las esquinas de un triángulo isósceles cuyo perímetro es de $22,5$ mm. Determine la fuerza eléctrica resultante (módulo y dirección), sobre la carga q_2 .

$\oplus q_2$

$q_1 = -2,5$ nC
 $q_2 = 2,0$ nC
 $q_3 = 3,5$ nC

$q_3 \ominus \text{---} 4,5 \text{ mm} \text{---} \oplus q_1$

Los lados iguales miden:

$$\ell = \frac{22.5 - 4.5}{2} = 9.0 \text{ mm}$$

$$h = \sqrt{9.0^2 - 2.25^2} = 8.71 \text{ mm}$$

Posiciones: $q_3 = (-2.25; 0)$ mm, $q_1 = (2.25; 0)$ mm y $q_2 = (0; 8.71)$ mm. Se usan los valores de la tabla ($q_1 = -2.5$ nC, $q_3 = +3.5$ nC). Los signos dibujados en la figura están invertidos respecto a la tabla.

q_1 atrae a q_2 :

$$F_{12} = \frac{(8.99 \times 10^9)(2.5 \times 10^{-9})(2.0 \times 10^{-9})}{(9.0 \times 10^{-3})^2} = 5.55 \times 10^{-4} \text{ N}$$

$$\vec{F}_{12} = 5.55 \times 10^{-4} \frac{(2.25; -8.71)}{9.0} = (1.39 \hat{i} - 5.37 \hat{j}) \times 10^{-4} \text{ N}$$

q_3 repele a q_2 :

$$F_{32} = \frac{(8.99 \times 10^9)(3.5 \times 10^{-9})(2.0 \times 10^{-9})}{(9.0 \times 10^{-3})^2} = 7.77 \times 10^{-4} \text{ N}$$

$$\vec{F}_{32} = 7.77 \times 10^{-4} \frac{(2.25; 8.71)}{9.0} = (1.94 \hat{i} + 7.52 \hat{j}) \times 10^{-4} \text{ N}$$

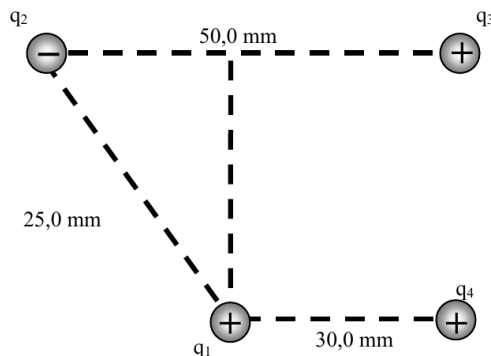
Resultante:

$$\vec{F} = (3.33 \hat{i} + 2.15 \hat{j}) \times 10^{-4} \text{ N}$$

$$F = 3.96 \times 10^{-4} \text{ N}, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{2.15}{3.33} = 32.8^\circ$$

La fuerza sobre q_2 es $3.96 \times 10^{-4} \text{ N}$, a 32.8° sobre el eje $+x$.

19. Cuatro cargas $q_1 = 4,00 \text{ } \mu\text{C}$, $q_2 = -5,00 \text{ } \mu\text{C}$ y $q_3 = q_4 = 6,00 \text{ } \mu\text{C}$ se encuentran como se muestra en la siguiente figura, determine el módulo y la dirección de la fuerza eléctrica resultante sobre la carga q_4 .



q_1 está $50.0 - 30.0 = 20.0 \text{ mm}$ a la derecha de q_2 . Como $q_2q_1 = 25.0 \text{ mm}$, está a $\sqrt{25.0^2 - 20.0^2} = 15.0 \text{ mm}$ por debajo. Se pone q_2 en el origen:

$$q_3 = (50.0; 0), \quad q_1 = (20.0; -15.0), \quad q_4 = (50.0; -15.0) \text{ mm}$$

q_3 repele a q_4 desde 15.0 mm , hacia $-y$:

$$F_{34} = \frac{(8.99 \times 10^9)(6.00 \times 10^{-6})^2}{(0.0150)^2} = 1438 \text{ N } (-y)$$

q_1 repele a q_4 desde 30.0 mm , hacia $+x$:

$$F_{14} = \frac{(8.99 \times 10^9)(4.00 \times 10^{-6})(6.00 \times 10^{-6})}{(0.0300)^2} = 240 \text{ N } (+x)$$

q_2 atrae a q_4 desde $r = \sqrt{50.0^2 + 15.0^2} = 52.2 \text{ mm}$:

$$F_{24} = \frac{(8.99 \times 10^9)(5.00 \times 10^{-6})(6.00 \times 10^{-6})}{(0.0522)^2} = 99.0 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{24} = 99.0 \frac{(-50.0; 15.0)}{52.2} = (-94.8 \hat{i} + 28.4 \hat{j}) \text{ N}$$

Resultante:

$$F_x = 240 - 94.8 = 145 \text{ N}, \quad F_y = -1438 + 28.4 = -1410 \text{ N}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 1.42 \times 10^3 \text{ N}, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{-1410}{145} = -84.1^\circ$$

La fuerza sobre q_4 es $1.42 \times 10^3 \text{ N}$, a 84.1° por debajo del eje $+x$.

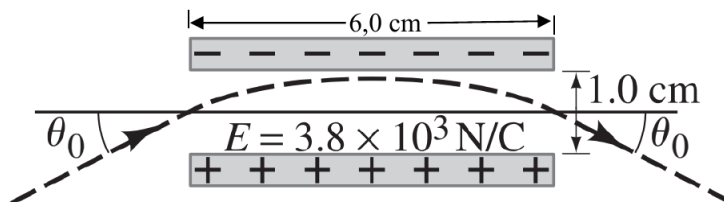
- 20.** ¿Qué tan cerca deben estar dos electrones para que la fuerza eléctrica entre ellos sea igual al peso de uno de ellos en la superficie de la Tierra?

Se iguala la fuerza eléctrica entre los electrones al peso de uno de ellos:

$$\frac{ke^2}{r^2} = m_e g \Rightarrow r = e \sqrt{\frac{k}{m_e g}}$$

$$r = (1.602 \times 10^{-19}) \sqrt{\frac{8.99 \times 10^9}{(9.109 \times 10^{-31})(9.80)}} = 5.08 \text{ m}$$

- 21.** Suponga que un haz de electrones entra a un campo eléctrico uniforme en el punto medio entre dos placas en un ángulo θ_0 con la horizontal, como se ilustra en la figura. La trayectoria es simétrica, así que salen con el mismo ángulo θ_0 y justo libran la placa superior. ¿Cuál es el valor de θ_0 ? Ignore los efectos del campo gravitatorio terrestre.



La placa inferior es positiva, así que el electrón siente una fuerza constante hacia abajo. Su trayectoria es una parábola, como un tiro parabólico. Las placas están separadas 1.0 cm y el haz entra por el punto medio, así que la altura máxima es $h = 0.50$ cm. El alcance es la longitud de las placas, $L = 6.0$ cm:

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{a}, \quad h = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2a}$$

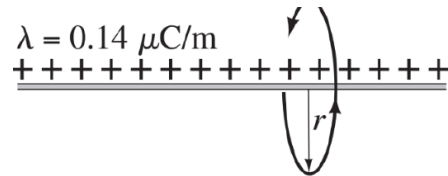
Al dividir, se eliminan v_0 y a :

$$\frac{h}{L} = \frac{\sin^2 \theta_0}{2 \cdot 2 \sin \theta_0 \cos \theta_0} = \frac{\tan \theta_0}{4} \Rightarrow \tan \theta_0 = \frac{4h}{L} = \frac{4(0.50)}{6.0}$$

$$\theta_0 = \tan^{-1}(0.333) = 18.4^\circ$$

Con $a = eE/m_e = 6.68 \times 10^{14} \text{ m/s}^2$, la rapidez de entrada sería $v_0 = \sqrt{aL/\sin 2\theta_0} = 8.2 \times 10^6 \text{ m/s}$.

- 22.** Un electrón se desplaza en una trayectoria circular r alrededor de un alambre largo cargado de manera uniforme en una cámara de vacío, como se muestra en la figura. La densidad de carga del alambre es $\lambda = 0.14 \text{ } \mu\text{C/m}$. a) ¿Cuál es el campo eléctrico sobre el electrón (magnitud y dirección en términos de r y λ)? b) ¿Cuál es la rapidez del electrón?



- a) Con una superficie gaussiana cilíndrica de radio r alrededor del alambre:

$$E (2\pi r \ell) = \frac{\lambda \ell}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$$

$$E = \frac{2(8.99 \times 10^9)(0.14 \times 10^{-6})}{r} = \frac{2.52 \times 10^3}{r} \text{ N/C} \quad (r \text{ en m})$$

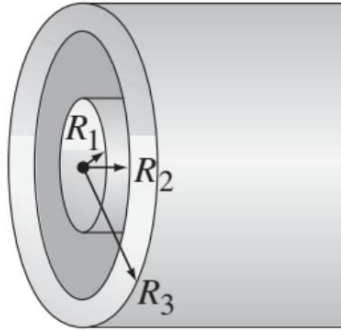
El campo es radial y apunta hacia afuera del alambre ($\lambda > 0$). La fuerza sobre el electrón apunta hacia el alambre.

- b) La fuerza eléctrica es la fuerza centrípeta:

$$eE = \frac{m_e v^2}{r} \Rightarrow \frac{e\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} = \frac{m_e v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{e\lambda}{2\pi \epsilon_0 m_e}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(8.99 \times 10^9)(1.602 \times 10^{-19})(0.14 \times 10^{-6})}{9.109 \times 10^{-31}}} = 2.1 \times 10^7 \text{ m/s}$$

- 23.** Un cilindro no conductor sólido muy largo de radio R_1 tiene una carga uniforme con densidad de carga ρ_E . Está rodeado por un tubo cilíndrico concéntrico de radio interior R_2 y radio exterior R_3 (como se ilustra en la figura), el cual también tiene una densidad de carga uniforme ρ_E . Determine el campo eléctrico como función de la distancia R desde el centro de los cilindros para a) $0 < R < R_1$, b) $R_1 < R < R_2$, c) $R_2 < R < R_3$ y d) $R > R_3$. e) Si $\rho_E = 15 \text{ C/m}^3$ y $R_1 = \frac{1}{2} R_2 = \frac{1}{3} R_3 = 5,0 \text{ cm}$ grafique E como función de R desde $R = 0$ hasta $R = 20,0 \text{ cm}$. Suponga que los cilindros son muy largos comparados con R_3 .



Se usa una superficie gaussiana cilíndrica de radio R y largo ℓ :

$$E (2\pi R \ell) = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}, \quad q_{enc} = \rho_E \cdot (\text{área encerrada con carga}) \cdot \ell$$

- a) $0 < R < R_1$:

$$E = \frac{\rho_E \pi R^2 \ell}{2\pi \epsilon_0 R \ell} = \frac{\rho_E R}{2\epsilon_0}$$

- b) $R_1 < R < R_2$:

$$E = \frac{\rho_E R_1^2}{2\epsilon_0 R}$$

- c) $R_2 < R < R_3$:

$$E = \frac{\rho_E (R_1^2 + R^2 - R_2^2)}{2\epsilon_0 R}$$

- d) $R > R_3$:

$$E = \frac{\rho_E (R_1^2 + R_3^2 - R_2^2)}{2\epsilon_0 R}$$

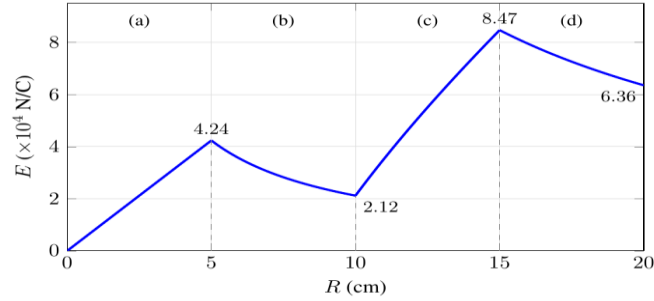
- e) Datos: $R_1 = 5.0 \text{ cm}$, $R_2 = 10.0 \text{ cm}$, $R_3 = 15.0 \text{ cm}$ y $\rho_E = 15 \times 10^{-6} \text{ C/m}^3$.
Valores clave:

$$E(R_1) = \frac{(15 \times 10^{-6})(0.050)}{2(8.85 \times 10^{-12})} = 4.24 \times 10^4 \text{ N/C}$$

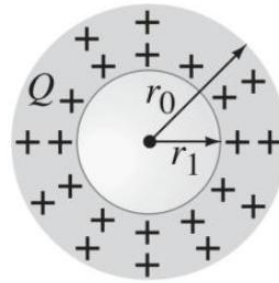
$$E(R_2) = \frac{(15 \times 10^{-6})(0.050)^2}{2(8.85 \times 10^{-12})(0.100)} = 2.12 \times 10^4 \text{ N/C}$$

$$E(R_3) = \frac{(15 \times 10^{-6})(0.0025 + 0.0225 - 0.0100)}{2(8.85 \times 10^{-12})(0.150)} = 8.47 \times 10^4 \text{ N/C}$$

$$E(20 \text{ cm}) = 6.36 \times 10^4 \text{ N/C}$$



24. Suponga que la esfera no conductora tiene una cavidad esférica de radio r_1 centrada en el centro de la esfera (ver figura). Suponiendo que la carga Q está distribuida de manera uniforme en el “cascarón” (entre $r = r_1$ y $r = r_0$), determine el campo eléctrico como función de r para a) $0 < r < r_1$, b) $r_1 < r < r_0$ y c) $r > r_0$.



La carga Q ocupa el volumen $\frac{4}{3}\pi(r_0^3 - r_1^3)$. Se usa una superficie gaussiana esférica de radio r :

$$E(4\pi r^2) = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$

- a) $0 < r < r_1$: no hay carga encerrada.

$$E = 0$$

- b) $r_1 < r < r_0$: se encierra la fracción de Q que está entre r_1 y r .

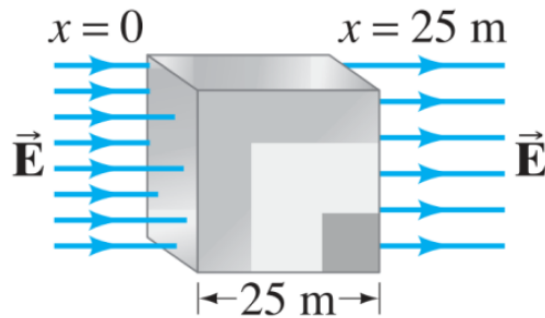
$$q_{enc} = Q \frac{r^3 - r_1^3}{r_0^3 - r_1^3} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{r^3 - r_1^3}{r_0^3 - r_1^3}$$

- c) $r > r_0$: se encierra toda la carga.

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

En todos los casos el campo es radial, hacia afuera si $Q > 0$

25. En cierta región del espacio, el campo eléctrico es constante en dirección (digamos horizontal, en la dirección x), pero su magnitud disminuye desde $E = 560 \text{ N/C}$ en $x = 0$ hasta $E = 410 \text{ N/C}$ en $x = 25 \text{ m}$. Determine la carga dentro de una caja cúbica de lado $L = 25 \text{ m}$, con la caja orientada de manera que cuatro de sus lados son paralelos a las líneas de campo.



Solo hay flujo en las dos caras perpendiculares al eje x , y las cuatro caras paralelas al campo no aportan. En $x = 0$ el campo entra (flujo negativo) y en $x = 25 \text{ m}$ sale (flujo positivo):

$$\Phi = E_{25}A - E_0A = (410 - 560)(25)^2 = -9.38 \times 10^4 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$$

Por la ley de Gauss:

$$q_{enc} = \epsilon_0 \Phi = (8.85 \times 10^{-12})(-9.38 \times 10^4) = -8.3 \times 10^{-7} \text{ C}$$

Dentro de la caja hay $-0.83 \mu\text{C}$.